

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Avsluttende eksamen i AST1100

Eksamensdag 1 desember 2004

Tid for eksamen 09.00 - 12.00

Oppgavesettet er på 3 sider

Konstanter og uttrykk som kan være nyttige:

Lyshastigheten:  $c = 2.98 \cdot 10^8$  m/s

Plancks konstant:  $6.626 \cdot 10^{-34}$  Js

Gravitasjonskonstanten:  $G = 6.673 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>

Boltzmanns konstant:  $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K

Strålings konstanten:  $a = 7.56 \cdot 10^{-16}$  J/m<sup>3</sup>K<sup>4</sup>

Astronomisk enhet: 1AU =  $1.5 \cdot 10^{11}$  m

Hubbles konstant:  $H_0 = 70$  km/s/Mpc,

energitetthet CMB og :  $r_{r,0} = 8.4 \cdot 10^{-5}$ ,

energitetthet materie:  $r_{r,0} = 0.3$ ,

*Spørsmålene kan besvares på enten norsk, nynorsk, svensk, dansk eller engelsk.*

*You may answer these questions in either Norwegian or English.*

*Medbrakt kalkulator er tillatt.*

- Jorden. Liv på Jorden. Liv.** Temperaturen på jorden har avtatt med tiden selv om solens luminositet er 30% høyere i dag enn i det hadeanske eonet. Men temperaturen har vært såpass konstant at vann har holdt seg flytende gjennom hele jordens historie. Grunnen til dette er drivhuseffekten som til en stor grad skyldes CO<sub>2</sub> i jordens atmosfære.
  - Hvordan er CO<sub>2</sub> sykelen på jorden. (Gjør eventuelle forklaringer korte!)
  - I stikkordsform: Hvordan fungerer mengden CO<sub>2</sub> i atmosfæren som termostat?
- Melkeveien** Solen er en stjerne i Melkeveien. Harlow Shapley beviste at Solen ikke befinner seg i sentrum av galaksen, slik stjernehelligningene til Jacobus C. Kapteyn hadde indikert mot slutten av 18-hundre tallet, men heller er lokalisert i en viss avstand fra sentrum. Shapley konkluderte dette på grunnlag av målinger av avstanden til ca. 90 RR Lyra stjerner (en klasse Cepheider).
  - En parsec har lengde 1 pc = 3.27 ly. Hvordan defineres en parsec? Vis at den lengden som er oppgitt stemmer.



Figure 1: Melkeveiens rotasjon. Kilde: Clemens, *ApJ*, 295, 422, 1985

- (b) Dersom stjerner er jevnt fordelt gjennom galaksen (universet) så burde vi finne

$$N_L(f > f_0) \propto f_0^{-3/2} \quad (1)$$

stjerner med luminositet  $L$  og avstand mindre enn  $r_0$  som har større luminositet enn  $f_0$ . Vis dette (ligning 1) gitt at tettheten av stjerner  $n(L, \theta, r)$  der  $\theta$  er romvinkelen og  $r$  er avstanden. Finn samtidig proporsjonalitetskoeffisienten. Fant Kapteyn flere eller færre stjerner  $N_L(f > f_0)$  med avtagende  $f_0$  enn dette? Hvorfor det?

- (c) Tegn en illustrasjon eller to av Melkeveiens struktur, angi omtrentlige dimensjoner og uthev galaksens viktigste komponenter. Angi også Solens omtrentlige posisjon og bane.
- (d) I hva slags områder finner vi RR Lyra stjernene Shapley brukte? Forklar kort hvordan en benytter disse stjerner til å måle avstander i Melkeveien.
- (e) En annen sol-lik stjerne, befinner seg 12 kpc fra galaksens sentrum og går i bane i mer eller mindre samme plan som Sola. Hva er omløpstiden for stjernen? Anslå galaksens masse innenfor 12 kpc.
- (f) Som man ser av figur 1, så er galaksens rotasjon mer eller mindre konstant lik 225 km/s utenfor en radius, si, 1 kpc fra sentrum. Hva sier dette om galaksens tetthetsfordeling utenfor denne radien? (Anta en sferisk massefordeling.)

(g) Den målte tetthetsfordelingen av lysende materie i galaksen går omtrent som  $r^{-3.5}$  et stykke fra galaksens sentrum. Kommenter.

3. **De første tre minuttene og annen kosmologi** : Friedmannligningen, som beskriver universets utvikling kan skrives

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2} \rho + \frac{1}{3} \Lambda \frac{c^2}{R_0^2 a^2}$$

Vinkeligningen gir  $\rho = \rho_0 a(t_0)^4 / a(t)^4$  og  $\rho = \rho_0 a(t_0)^4 / a(t)^4$ . I tillegg husker vi

$$\frac{1}{a} \frac{da}{dt} = \frac{a(t_1)}{a(t_2)}$$

og at  $\dot{a} = H_0 a / c$ .

- Proton-neutron frysing, inonasjon, annihilasjon, rekombinasjon, frakobling, nukleosyntese, siste spredning, er begrep som går igjen i historien om universets første stunder. Sett disse i tidsrekkefølge og gi en-setnings forklaringer på hva de innebærer.
- Ved hvilken rødforskyvning  $z$  var strålingsenergitettheten og materieenergitettheten identiske?
- Anta at universet er materiedominert. Hva er da sammenhengen mellom universets alder og Hubbles konstant?
- Anta at universet er strålingsdominert. Hva er da sammenhengen mellom universets alder og Hubbles konstant?
- Anta at universet er dominert av en kosmologisk konstant. Hvordan utvikler universet seg som funksjon av tiden?
- Vinkeligningen skrives

$$\dot{\rho} = 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + P) = 0$$

For kald materie har vi videre en *tilstandsligning*

$$P = w \rho \tag{2}$$

der  $w = 0$ , for stråling har vi  $P = \frac{1}{3} \rho$ . Vis at  $\rho = \rho_0 a(t_0)^4 / a(t)^4$  og  $\rho = \rho_0 a(t_0)^4 / a(t)^4$ . Hvorfor stemmer ligning 2 med  $w = 0$  for kald materie?

- Hva er tilstandsligningen for energitettheten av den kosmologiske konstanten  $\Lambda$ .