Ukeoppgaver i INF3110/4110

Uke 47 (19.-21.11.2003)

Oppgave 1

Utfør følgende substitusjoner:

a) $(\lambda y.xy)[x/zw]$

b) $(\lambda x.yx)[x/zw]$

c) $(\lambda y.yx)[x/zw]$

d) $(\lambda z.(\lambda x.yx)xz)[x/zx]$

Oppgave 2

Finn normalformene til følgende λ-termer.

a) $(\lambda xy.x)wz$

b) $(\lambda xy.y)wz$

c) $(\lambda xy.x)(\lambda x.x)(\lambda x.xx)$

d) $(\lambda xy.y)(\lambda x.x)(\lambda x.xx)$

e) $(\lambda xy.x)(\lambda x.x)$

f) $(\lambda xyz.xz(yz))(\lambda xy.x)(\lambda xy.x)$

Oppgave 3

a) Finn en lukket λ-term F som er slik at $FAB = A(BA)B$ holder for alle A og B.

Oppgave 4 Church-numeraler

I forelesningen ga vi λ-termer som representerte naturlige tall:
$c_0 = \lambda f x.x$
$c_1 = \lambda f x.f x$
$c_2 = \lambda f x.f(f x)$
$\vdots$
$c_n = \lambda x.f^n(x)$

a) Hvilken *type* ville c_n hatt som en funksjon i ML?

b) (Representasjon av pluss.) Finn en term $\mathbf{A}_+$ som er slik at følgende egenskap holder for alle naturlige tall m og n. (Likhetstegnet (=) betyr her at termene kan reduseres til den samme termen.)

$$\mathbf{A}_+ c_m c_n = c_{m+n}$$

F.eks. så vil $\mathbf{A}_+ c_2 c_3 = c_5$ og $\mathbf{A}_+ c_3 c_5 = c_8$.

c) (Representasjon av gange.) Finn en term $\mathbf{A}_*$ som er slik at følgende egenskap holder for alle naturlige tall m og n. (Likhetstegnet (=) betyr her at termene kan reduseres til den samme termen.)

$$\mathbf{A}_* c_m c_n = c_{mn}$$

F.eks. så vil $\mathbf{A}_* c_2 c_3 = c_6$ og $\mathbf{A}_* c_3 c_5 = c_{15}$.