UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	IN 256 — Signalbehandling
Eksamensdag:	23. mai 2001
Tid for eksamen:	9.00 – 15.00
Oppgavesettet er på 4 sider.	
Vedlegg:	Ingen
Tillatte hjelpemidler:	Alle trykte og skrevne

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Dette oppgavesettet består av 3 oppgaver som kan løses uavhengig av hverandre. Skulle noe være uklart i en oppgave, så skriv klart hvilke forutsetninger du gjør for å løse oppgaven, og gå videre! Husk å besvare alle deloppgaver da disse vektes likt ved sensuren.

Oppgave 1 Lineær filtrering

Et filter er gitt ved

$$y[n] = x[n] + x[n-1]$$

der $x[n]$ er inngangen og $y[n]$ er utgangen.

1a

Finn transferfunksjonen $H(z)$ og dens poler og nullpunkter. Lag et pol-nullpunktdiagram.

1b

Finn uttrykk for modul (absoluttverdi) og fase til frekvensresponsen $H(e^{j\omega})$ og skisser disse.

1c

Filteret generaliseres ved å øke forsinkelsen mellom de to inngangsverdiene

$$y[n] = x[n] + x[n-R]$$

der $R > 0$ er et heltall.
Finn nå transferfunksjonen $H(z)$ og dens poler og nullpunkter. Lag et pol-nullpunktdiagram for $R = 5$.

(Fortsettes på side 2.)

1d

Skisser frekvensresponsens modul (absoluttverdi) for $R = 5$. Legg vekt på å få frem riktige frekvensverdier for maksima og minima.

1e

Hva kalles et slikt filter og hva kan det brukes til?

Oppgave 2 Filterbank

En ideell filterbank med reelle koeffesienter består av 4 delfiltere med ulik bredde på passbåndene. Se Figur 1.

2a

Med inngangen $x[n]$ er filterbankens utganger $y_0[n]$, $y_1[n]$, $y_2[n]$ og $y_3[n]$. Samplingsfrekvensen for $x[n]$ er f_s. Hva er minst mulige sampligsfrekvens (Nyquist raten) som må anvendes på hver av de fire utgangene for å unngå aliasing-feil.

2b

Anta at de fire utgangene multiplekses sammen til *en* datastrøm, $z[n]$. Vis at $z[n]$ har samme sample rate som inngangen $x[n]$ ved Nyquist sampling i hvert filter.

2c

Vi ønsker en ideell rekonstruksjon av $x[n]$ basert på $z[n]$. Til dette benyttes syntesefilterbanken i Figur 2. Her er $L_0, \cdots, L_3$ oppsamplingsfaktorer og $G_0, \cdots, G_3$ syntesefiltere.
Hvilke verdier velger du for $L_0, \cdots, L_3$? Med disse valgene, skisser modul (absoluttverdi) for filtrene $G_0, \cdots, G_3$.

2d

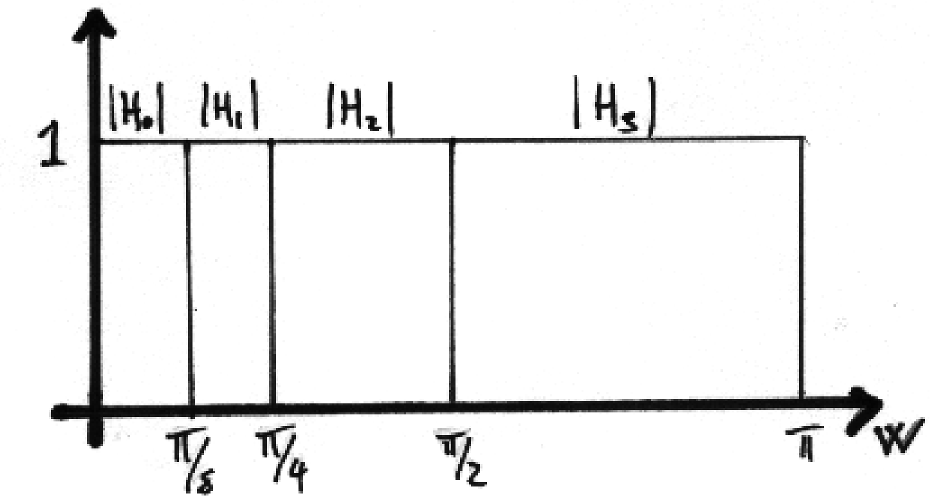
Filterbanker brukes i praksis bl.a. ved koding av tale, musikk og bilder. Hvordan oppnår man en kodingsgevinst ved å bruke slike filterbanker når det ikke er noen reduksjon i antall samples per sekund?

Oppgave 3 Ymse

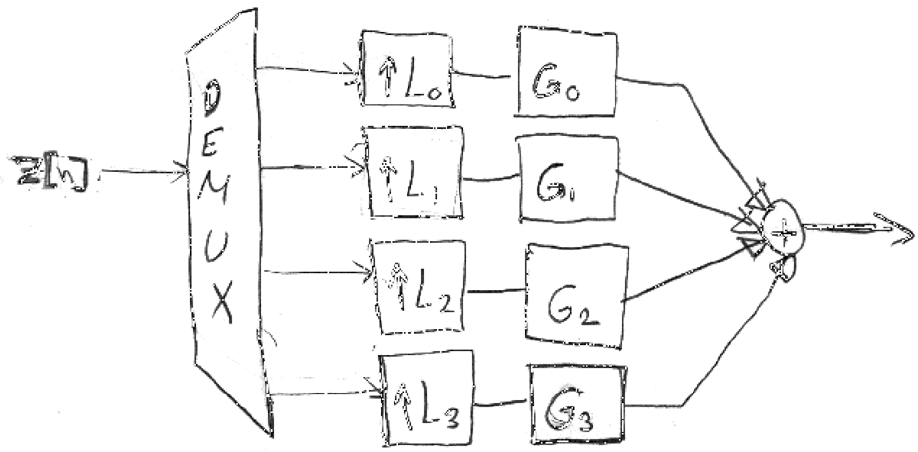
3a

En sekvens $x[n]$ kan alltid uttrykkes som en sum av sin konjugerte symmetriske del, $x_{cs}[n]$, og sin konjugerte antisymmetriske del, $x_{ca}[n]$, der

(Fortsettes på side 3.)



Figur 1: Modul for analysefiltere



Figur 2: Syntesefilterbank

(Fortsettes på side 4.)

$$x_{cs}[n] = \frac{1}{2}\{x[n] + x^*[-n]\}$$

$$x_{ca}[n] = \frac{1}{2}\{x[n] - x^*[-n]\}$$

Her er $x[n]$ kausal. Anta først spesialtilfellet at $x[n]$ også er reell. Kan $x[n]$ da gjenvinnes i sin helhet fra $x_{cs}[n]$? Hva med $x_{ca}[n]$?

3b

Sekvensen $x[n]$ fra forrige deloppgave er fortsatt kausal, men antas nå kompleks. Kan $x[n]$ i dette tilfellet gjenvinnes i sin helhet fra $x_{cs}[n]$? Hva nå med $x_{ca}[n]$?

3c

Sekvensen $g[n]$ har z-transform $G(z)$. Vis at $ng[n]$ har z-transform $-z\frac{dG(z)}{dz}$

3d

Vis at sirkulærkonvulsjons-operatoren er kommutativ.

Lykke til!